Universidade Federal do Rio Grande - FURG
17ª Mostra da Produção Universitária - MPU
Rio Grande/RS, Brasil, 01 a 03 de outubro de 2018
ISSN: 2317-4420

DESENVOLVIMENTO DE SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA UM MODELO DE TURBULÊNCIA k – ε MODIFICADO, APLICADO À ATMOSFERA INSTÁVEL

ZARDO BECKER, Gabriel (autor)
SAVICKI, Darci Luiz (orientador)
zardobecker@gmail.com
Universidade Federal do Rio Grande – FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física – IMEF

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Prairie Grass; Modelo k-ε Modificado; Simulação Numérica; Turbulência.

1 INTRODUÇÃO

Ao longo do tempo, os pesquisadores buscaram modelos matemáticos para descrever o comportamento da natureza, são exemplos disso, as equações de Navier-Stokes, assim como modelos de turbulência existentes.

Sendo o modelo de turbulência k-ε, descrito pela taxa de produção de energia cinética turbulenta (k) e pela taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (ε), rotineiramente usado por engenheiros e pesquisadores para modelar computacionalmente a Camada Limite Atmosférica, contudo apesar de grandes avanços já alcançados no meio acadêmico, há ainda muitos desafios a serem superados.

Neste trabalho, pretendemos contribuir para a solução deste problema, fornecendo algumas modificações no modelo k-ε padrão, que inclui uma nova correlação para os perfis de k e ε, com uma nova correlação para a constante $c_{\varepsilon 3}$, bem como uma nova expressão para calcular a viscosidade turbulenta μ_t , implementadas em um código computacional acadêmico. Assim, verificou-se com esta abordagem um comportamento numericamente robusto e estável, do qual fornece resultados fisicamente realistas. Assim, acreditamos que essas modificações são apropriadas para simular a camada limite atmosférica.

2 METODOLOGIA

Neste trabalho, as equações são resolvidas numericamente com o FORTRAN, utilizando condições de contorno periódicas e comparando os resultados com o experimento 7 de Prairie Grass [1]. Além disso, na aplicação do modelo matemático ao problema de dispersão de poluentes foram utilizadas as constantes do modelo k-ε padrão: $c_{\varepsilon 1} = 1{,}44$, $c_{\varepsilon 2} = 1{,}92$, $c_{\mu} = 0{,}09$, $\sigma_k = 1{,}0$, $\sigma_{\varepsilon} = 1{,}3$.

Sendo as propostas para a modificação do modelo, originais deste trabalho, descritas abaixo:

1. A constante $c_{\varepsilon 3}$ descrita na forma: $c_{\varepsilon 3} = \rho \frac{c_{\varepsilon 2}}{c_{\varepsilon 1}} \frac{z_i}{4\,z}$

ISSN: 2317-4420

2. Viscosidade Turbulenta calculada pela equação: $\mu_t = \frac{\rho \omega_\star^2 \kappa^2}{2\sigma_k} \frac{k}{\varepsilon}$
3. Para k e ε foram incialmente utilizados:

$$k = \left(\frac{2\sigma_k \varepsilon_0 z}{\omega_\star \kappa}\right)\left(1 - \frac{z}{z_i}\right) + \frac{u_\star^2}{\sqrt{c_\mu}} \quad \text{e} \quad \varepsilon(z) = \frac{\omega_\star u_\star^2}{2\kappa z} + \varepsilon_0 \quad \text{, onde} \quad \varepsilon_0 = \frac{\omega_\star \kappa g \beta \lambda z_i}{4}$$

Sendo ρ a densidade do poluente; z a altura do domínio computacional; z_i a altura da camada limite convectiva; λ a taxa de lapso; $u_\star$ velocidade de fricção; $\omega_\star$ a escala de velocidade vertical e a constante κ .

3 RESULTADOS e DISCUSSÃO

Para o modelo matemático apresentado e com suas condições de contorno correspondentes, mostra-se nas figuras 1 e 2 a solução numérica da taxa de produção de energia cinética turbulenta (k) e viscosidade turbulenta (μ_t), respectivamente, representadas pelas isolinhas.

Figura 1: (k)

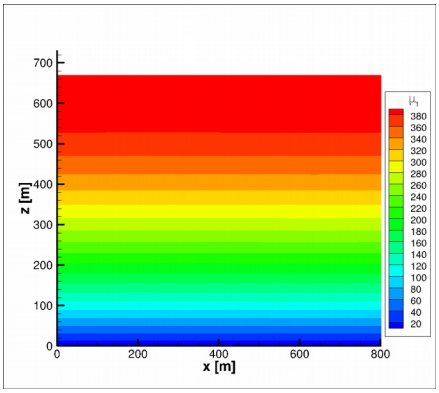
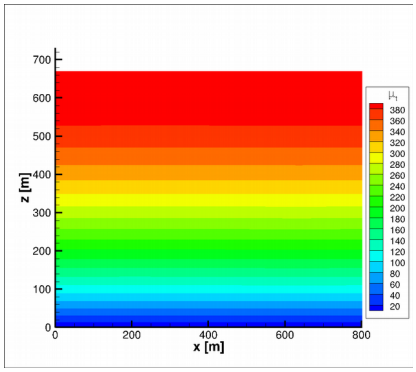


Figura 2: (μ_t)



Fonte: autores deste trabalho

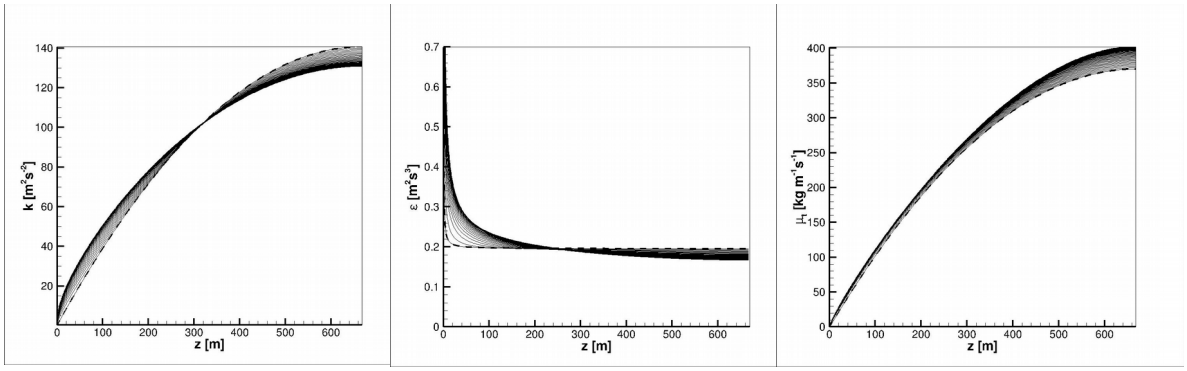
Como pode ser observado, esta solução é homogênea, uma vez que os contornos permanecem inalterados na direção horizontal, conforme necessário, devido às condições de contorno periódicas aplicadas.

Estendendo esta análise, as Figuras 3, 4 e 5 mostram a evolução ao longo do processo iterativo de k , ε e μ_t . Nestas figuras, os perfis são espaçados por 500 iterações, sendo a aproximação inicial (linha pontilhada) e o último perfil com uma solução convergente (linha contínua). Como pode ser observado, as soluções convergentes estão próximas dos perfis iniciais prescritos por suas equações correspondentes.

Para a concentração, apresenta-se na Figura 6 a comparação entre o perfil numérico e os dados experimentais, para três valores de número de Schmidt Turbulento (S_{c_t}).

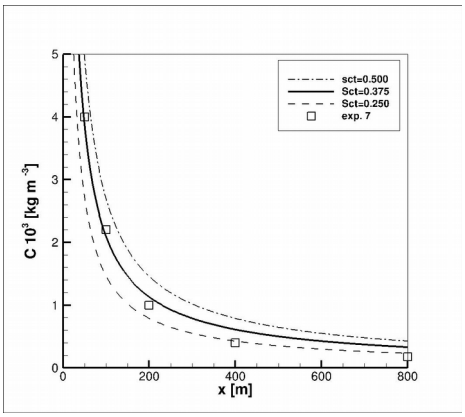
ISSN: 2317-4420

Figura 3 - (k) Figura 4 - (ε) Figura 5 - (μ_t)



Fonte: autores deste trabalho

Figura 6 – Concentração do poluente, experimental e numérica



Fonte: autores deste trabalho

Como pode ser visto, há uma grande concordância entre esses perfis, particularmente quando Sct = 0,375 foi usado. Este valor está dentro do intervalo geralmente aceito na literatura.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com as novas correlações para $c_{\varepsilon 3}$, μ_t , k , ε e ε_0 , juntamente com o uso de condições de contorno periódicas, essa abordagem forneceu resultados que concordam com os apresentados na literatura, sendo possível obter uma excelente concordância com os dados experimentais.

5 REFERÊNCIAS

[1] N. L. Barad, Project Prairie Grass: A Field Program in Diffusion. In Geophysical Research Papers, Air Force Cambridge Research Center, 1958.

[2] I. Troen, L. Mahrt, A Simple Model of the Atmospheric Boundary Layer; Sensitivity to Surface Evaporation. In Boundary Layer Meteorology. 37:129–148, 1986.

[3] S. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. In Hemisphere. Washington D.C., 1980.